

**UNIVERSIDAD DE
“SAN MARTIN DE PORRES”
PROGRAMA LA UNIVERSIDAD INTERNA 2012**



VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

Dr. JORGE L. PASTOR PAREDES

1

INTERES SIMPLE

- El capital que genera los intereses permanece constante durante el tiempo de vigencia de la transacción.
- La capitalización, que es la adición del interés ganado al capital original, se produce únicamente al término de la operación.
- No considera el valor del dinero en el tiempo.

Simbología



I = Monto de intereses
P = principal
S = VF = valor futuro, monto
n = número de períodos de tiempo
r = tasa de interés simple

Fórmula General



$$I = P \times r \times n$$

donde:

$$P = \frac{I}{r \times n}$$

$$r = \frac{I}{P \times n}$$

$$n = \frac{I}{P \times r}$$

Valor Futuro
Simple



$$S = P + I$$

$$S = P + P \times r \times n$$

$$S = P(1 + r \times n)$$

$$r = \frac{S/P - 1}{n}$$

$$n = \frac{S/P - 1}{r}$$

Valor Presente
Simple



$$P = S \left[\frac{1}{1 + r \times n} \right]$$

INTERES COMPUESTO

- El interés generado por un capital en una unidad de tiempo, se capitaliza.
- Se adiciona al capital anterior, formando un nuevo capital, el mismo que genera un nuevo interés en la siguiente unidad de tiempo, y así sucesivamente.
- Experimenta al final de cada unidad de tiempo un crecimiento geométrico.
- Considera el valor del dinero en el tiempo.
- Es una sucesión de operaciones a interés simple, en la que después de la primera, su monto constituye el capital inicial de la siguiente.

Proceso de Capitalización

$$S_1 = P + P \cdot r = P(1+r)$$

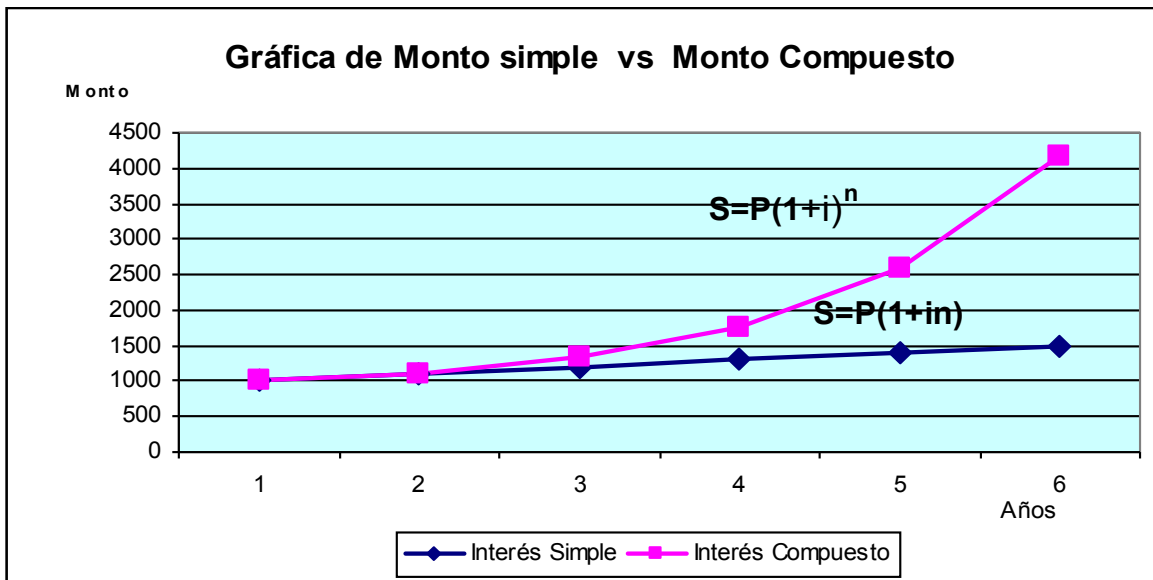
$$S_2 = S_1 + S_1 \cdot r = S_1(1+r) = P(1+r)(1+r) = P(1+r)^2$$

$$S_3 = S_2 + S_2 \cdot r = S_2(1+r) = P(1+r)^2(1+r) = P(1+r)^3$$

.

.

$$S_n = S_{n-1} + S_{n-1} \cdot r = S_{n-1}(1+r) = P(1+r)^{n-1}(1+r) = P(1+r)^n$$



© Jorge L. Pastor Paredes

7

Elementos a considerar en el Interés Compuesto

- La tasa nominal (r)
- La tasa efectiva (i)
- El número de períodos de capitalización en el año (m): relacionado al año bancario y a la "f" de la tasa de interés.
- La frecuencia de capitalización (f) : número de días del período capitalizable.
- El horizonte de tiempo (H): número de días de la operación, donde: $H_k = H_1 + H_2 + \dots + H_n$ número de días de cada cuota.
- El número de períodos de capitalización (n) es el horizonte temporal, número entero dado por H/f . Ver siguiente cuadro.

© Jorge L. Pastor Paredes

8

“m” aplicable a una tasa “r” anual

Capitalización	Operación	m
Anual	360/360	1
Semestral	360/180	2
Trimestral	360/90	4
Bimestral	360/60	6
Cada 45 d.	360/45	8
Mensual	360/30	12
Quincenal	360/15	24
Diario	360/1	360

“m” aplicable a una tasa “r” mensual

Capitalización	Operación	m
Anual	30/360	0.08333
Semestral	30/180	0.16666
Trimestral	30/90	0.33333
Bimestral	30/60	0.50000
Cada 45 d.	30/45	0.66666
Mensual	30/30	1.00000
Quincenal	30/15	2.00000
Diario	30/1	30.0000

VALOR FUTURO O MONTO CAPITALIZABLE



$$S = P(1+r)^n$$



$$S = P \times FSC_{r,n}$$

Factor Simple de Capitalización - FSC

$$FSC_{r,n} = (1+r)^n$$

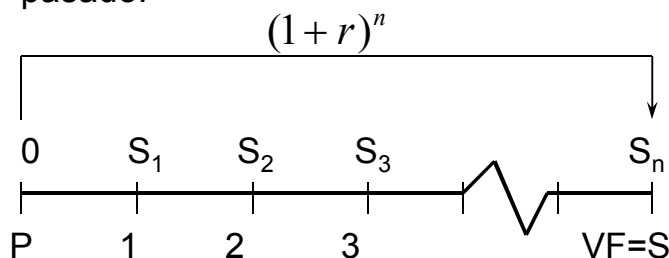
Monto compuesto de 1 a una tasa “r” por período, durante “n” períodos.

Función:

Llevar al futuro cualquier cantidad presente o traer al presente cualquier cantidad del pasado.

Nota:

“r” y “n” deben expresarse en misma unidad de tiempo.



FSC con "n" no entero:

$$S = P(1+r)^{H/f}$$

Indica que un número entero de capitalizaciones, en la cuál la parte no entera implica que la última capitalización se ha realizado por un plazo menor al establecido.

FSC con variaciones en la tasa de interés:

Las capitalizaciones durante el plazo pactado H, se efectúan cambiando la tasa de interés tantas veces como sea necesario para cada período de tiempo.

$$(1+r_1)^{n_1} (1+r_2)^{n_2} (1+r_3)^{n_3} (1+r_4)^{n_4} \dots$$

Como: $n = \frac{H}{f}$

entonces:

$$H_1 + H_2 + H_3 \dots = H$$

$$(1+r_1)^{H_1/f} (1+r_2)^{H_2/f} (1+r_3)^{H_3/f} (1+r_4)^{H_4/f} \dots$$

VALOR PRESENTE O VALOR ACTUAL

$$S = P(1+r)^n$$

Factor Simple de Actualización - FSA

$$FSA_{r,n} = (1+r)^{-n}$$

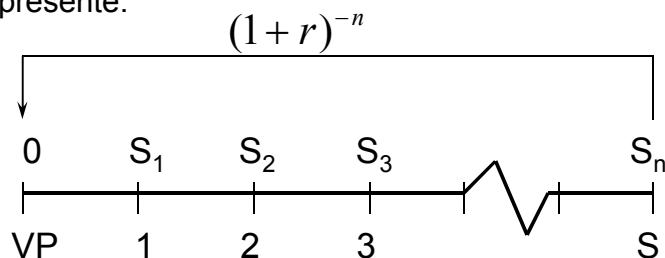
Valor presente compuesto de 1a una tasa "r" por período, durante "n" períodos.

$$P = S \left[\frac{1}{(1+r)^n} \right]$$

Función:

Traer al presente cualquier cantidad futura o llevar al pasado cualquier cantidad del presente.

$$P = S \times FSA_{r,n}$$



Calculo de la Tasa de Interés

$$r = \left[\frac{S}{P} \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

Calculo del Número de Períodos de Capitalización

$$n = \frac{\text{Log}(S/P)}{\text{Log}(1+r)}$$

Calculo del Interés



$$I = S - P$$

$$I = P(1+r)^n - P$$



$$I = P \left[(1+r)^n - 1 \right]$$

despejando:

$$P = \frac{I}{(1+r)^n - 1}$$

$$r = \left[\frac{I}{P} + 1 \right]^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{I}{P+1}\right)}{\text{Log}(1+r)}$$

Tasas utilizadas en el Sistema Financiero

Activa y Pasiva	Según el balance bancario
Nominal y proporcional Efectiva y equivalente	Por efecto de la capitalización
Vencida y adelantada	Según el momento del cobro
Compensatoria y moratoria Tasa de interés en mora	De acuerdo al cumplimiento de obligación.
TAMN y TAMEX	Según el tipo de moneda
TIPMN y TIPMEX	
De inflación y tasa real Corregida por inflación	Considerando la pérdida del poder adquisitivo.
Discreta y continúa	Por tipo de capitalización
Explícita e implícita	De acuerdo a la operación
Legal y moratoria	Para operaciones no financieras.

Balance Bancario

Activo	Pasivo
Operaciones Activas Préstamos descuentos sobregiros, etc.	Operaciones Pasivas Captaciones ahorros depósitos a plazo, etc.
Tasa Activa TAMN TAMEX Tasa de cobro de emp. financieras. Expresada en términos efectivos.	Tasa Pasiva TIPMN TIPMEX Tasa de pago de emp. financieras. Expresada en términos nominales más una "f"

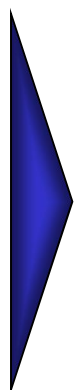
Tasa Nominal o Proporcional

- Susceptible de proporcionalizarse, dividirse o multiplicarse.
- Puede ser expresada en otra unidad de tiempo diferente a la original, con el objeto de capitalizarse una o más veces (r/m).
- Aplicable a operaciones de interés simple.
- Se efectúa a través de una regla de interés simple.

Tasa Efectiva

Refleja el número de capitalizaciones que ha experimentado durante un plazo determinado.

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^n - 1$$



Unidad de tiempo	i	r
Anual	TEA	TNA
Semestral	TES	TNS
Cuatrimstral	TEC	TNC
Trimestral	TET	TNT
Bimestral	TEB	TNB
Mensual	TEM	TNM
Quincenal	TEQ	TNQ
Diaria	TED	TND

Tasa Equivalente

- Dos o más tasas efectivas correspondientes a diferentes unidades de tiempo son equivalentes cuando producen la misma tasa efectiva para un mismo horizonte temporal.
- Una tasa de interés “ r_e ” es equivalente a otra “ r ” si sus respectivas capitalizaciones realizadas durante un mismo horizonte temporal H son iguales.

Caso 1:

Tasa equivalente partiendo de una tasa efectiva dada:

$$\left(1 + \frac{r}{m}\right)^n - 1 = r_e$$

$$\left(1 + \frac{r}{m}\right)^n = (1 + r_e)$$

$$(1 + r')^n = (1 + r_e)$$

Si $r/m = r'$ entonces:

$$r' = (1 + r_e)^{1/n} - 1$$

Como $n = H/f$

$$r' = (1 + r_e)^{f/H} - 1$$

Caso 2:

Tasa nominal equivalente a una tasa efectiva dada.

$$\left(1 + \frac{r}{m}\right)^n - 1 = r_e$$

$$\left(1 + \frac{r}{m}\right)^n = (1 + r_e)$$

$$(1 + r_e)^{1/n} - 1 = r/m$$

$$r = m \left[(1 + r_e)^{f/H} - 1 \right]$$

$$r_m = m \left[(1 + r_e)^{f/H} - 1 \right]$$

$$r = m \left[(1 + r_e)^{1/n} - 1 \right]$$

Subíndice “ m ” de “ r ” indica el número de veces que ésta se capitaliza anualmente cuando “ r ” es anual.

ANUALIDADES o RENTAS

- Es un conjunto de dos o más flujos de caja (rentas) , en el que a partir del segundo los períodos de tiempo comprendidos entre un flujo y el anterior son uniformes.
- El período uniforme de tiempo se denomina: período de renta, puede ser anual, mensual, quincenal, etc.
- Ejemplo: sueldos, amortizaciones, cupones por intereses, pensiones de enseñanza, etc.

Simbología:



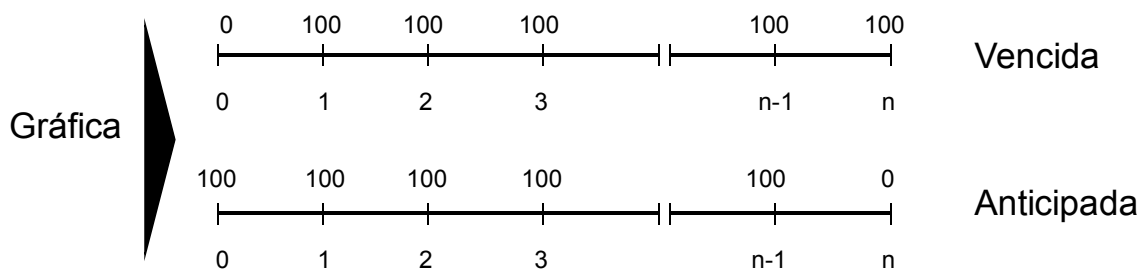
- P = valor presente de una anualidad
- S = valor futuro o monto de una anualidad
- R = renta
- H = número de días del plazo de la anualidad
- f = número de días del período de capitalización
- n = número de períodos de capitalización, horizonte temporal (H/f)
- r = tasa de interés constante
- m = número de períodos de capitalización en un año de la TNA

© Jorge L. Pastor Paredes

19

Clasificación de las Anualidades

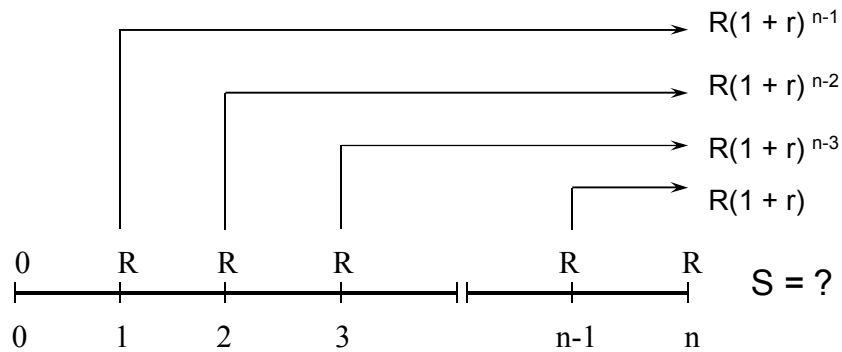
Cierta	Temporal	Vencida	Simple
	Perpetua	Anticipada	
Eventual o contingente	Vitalicia	Vencida	General
	Temporal	Anticipada	Variable



© Jorge L. Pastor Paredes

20

VALOR FUTURO O MONTO DE UNA ANUALIDAD



$$S = R \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right]$$

$$S = R \times FCS_{r,n}$$

Factor de Capitalización de Serie
FCS = FVIFA

VALOR PRESENTE DE UNA ANUALIDAD

$$S = R \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] \quad \rightarrow \quad P(1+r)^n = R \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right]$$

$$P = R \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} \right]$$

$$P = R \times FAS_{r,n}$$

Factor de Actualización de Serie
FAS = PVIFA

Otras formas de expresar FAS \rightarrow $\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^n} = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$

CALCULO DEL VALOR DE LAS RENTAS EN LAS ANUALIDADES

Caso 1

Renta conociendo el valor futuro

$$S = R \times FCS_{r,n}$$

$$R = S \left[\frac{1}{FCS_{r,n}} \right]$$

$$R = S \left[\frac{1}{\frac{(1+r)^n - 1}{r}} \right]$$

$$R = S \left[\frac{r}{(1+r)^n - 1} \right]$$

$$R = S \times FDFFA_{r,n}$$

Factor de Depósito al Fondo de Amortización

Caso 2

Renta conociendo el valor presente

$$P = R \times FAS_{r,n}$$

$$R = P \left[\frac{1}{FAS_{r,n}} \right]$$

$$R = P \left[\frac{1}{\frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}} \right]$$

$$R = P \left[\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \right]$$

$$R = P \cdot FRC_{r,n}$$

Factor de Recuperación de Capital

CALCULO DE “n” EN UNA ANUALIDAD

Cálculo de “n” en función al FCS o FDFA (recíprocos):

$$n = \frac{\text{Log} \left[\frac{S \times r}{R} + 1 \right]}{\text{Log}(1+r)}$$

Cálculo de “n” en función al FRC o FAS (recíprocos):

$$n = - \frac{\text{Log} \left[1 - \frac{P \times r}{R} \right]}{\text{Log}(1+r)}$$

CALCULO DE “r” UNA ANUALIDAD

Caso:

Un artefacto electrodoméstico tiene un precio de contado de \$1,500 y al crédito se ofrece con una cuota inicial de \$300 y 12 cuotas iguales de \$130 c/u pagaderas cada fin de mes. Cuál es la TEM cargada en el financiamiento?

P= 1,200
R= 130
n = 12
r = ?

$$P = R \times \text{FAS}_{r,n}$$

$$1,200 = 130 \text{ FAS}_{r,12}$$

$$\frac{1,200}{130} = \text{FAS}_{r,12} = 9.230769$$

interpolando:

4% ——— 9.3851
r ——— 9.2307
5% ——— 8.8633

$$r = 4\% + \frac{(9.3851 - 9.2307)}{(9.3851 - 8.8633)} (5\% - 4\%)$$

$r = 4.29\%$

FONDOS DE AMORTIZACION

- Es un monto acumulado por una anualidad conformada por rentas periódicas que devengan interés.
- Objetivo, acumular el importe necesario para cancelar una deuda, una obligación u otro compromiso adquirido en el pasado.
- Se usan para redimir la emisión de bonos, reemplazar activos, cancelar deudas con vencimientos futuros, etc.
- Características:
 - a) El importe de la deuda u obligación a cancelar permanece constante.
 - b) La fecha de vencimiento es conocida e invariable.

CASO PRACTICO

Una empresa tiene programado una emisión de bonos por \$500,000 redimibles al término de dos años, los mismos que devengarán una TEA del 4% con pago de interés al final de cada trimestre.

Se desea saber:

- a) El importe que depositado al inicio de la emisión de los bonos le permitirá cubrir el pago de intereses.
- b) El importe de cada depósito trimestral a efectuar al fondo que le permita redimir la obligación a su vencimiento.

La TEA que puede percibir la empresa es 7%

Solución:

- a) Capital necesario para generar el pago de interés trimestral.
Interés a pagar trimestralmente a una TEA del 4%:

$$I = 500,000[1.04^{1/4} - 1] = 4,926.70$$

Capital necesario para pagar 8 rentas de 4,926.70 percibiendo una TEA del 7%

$$TET = 1.07^{1/4} - 1 = 0.017058525$$

$$P = 4,926.70 \times FAS_{0.017058525} = 31,878.24$$

b) Importe de cada depósito trimestral para acumular el fondo

$$R = ?$$

$$S = 500,000$$

$$r = 0.017058525$$

$$n = 8$$

$$R = S \times FDFA_{0.017058525, 8}$$

$$R = 500,000 \times 0.1177261905$$

$$R = 58,863.09$$

CUADRO DEL FONDO DE AMORTIZACION

Trimes.	Depósitos	Intereses sobre 1.7058525%	Adición al Fondo	Total en el Fondo
1	58,863.10		58,863.10	58863.10
2	58,863.10	1,004.12	59,867.21	118,730.31
3	58,863.10	2,025.36	60,888.46	179,618.77
4	58,863.10	3,064.03	61,927.13	241,545.89
5	58,863.10	4,120.42	62,983.51	304,529.40
6	58,863.10	5,194.82	64,057.92	368,587.32
7	58,863.10	6,287.56	65,150.65	433,737.97
8	58,863.10	7,398.93	66,262.03	500,000.00
	470,904.76	29,095.24	500,000.00	

Fondos de Amortización donde la incógnita es "n"

Casos más comunes:

- Fondos con rentas uniformes donde "n" es un número entero.
- Fondos con rentas uniformes donde "n" es un número no entero.
- Fondos con rentas uniformes y además un depósito inicial en el momento 0.

CASO PRACTICO

La construcción del segundo piso de una casa asciende a \$7,985.31 y según la proforma del contratista las condiciones son: \$5,000 de cuota inicial y el saldo cancelable en un único pago a más tardar al final del sexto mes.

En cuánto tiempo quedará extinguida la deuda si los dueños de la casa deciden amortizarla haciendo aportes de \$370 quincenales a un fondo que le reporta una TEA del 6%.

Solución

$$n = ?$$

$$S = 2,985$$

$$R = 370$$

$$r = 0.002430821$$

$$TEQ = 1.06^{1/24} - 1 = 0.002430821$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{S \times r}{R} + 1\right)}{\text{Log}(1 + r)}$$

$$n = 8 \text{ quincenas o 4 meses.}$$

Fondos de Amortización
donde la incógnita es “r”

Recordando:

$$FDFA = \frac{1}{FCS}$$

$$r = ?$$

$$S = 20,000$$

$$R = 3,250$$

$$n = 6 \text{ quincenas}$$

$$R = S \cdot FDFA_{r,n}$$

$$3,250 = 20,000 \cdot FDFA_{r,6}$$

$$\frac{3,250}{20,000} = FDFA_{r,6} = 0.1625$$

interpolando:

$$4\% \text{ ————— } 0.1508$$

$$r \text{ ————— } 0.1625$$

$$5\% \text{ ————— } 0.1724$$

$$r = 4\% + \frac{(0.1508 - 0.1625)}{(0.1508 - 0.1724)}(5\% - 4\%)$$

$$r = 4.54\%$$

PROGRAMAS DE AMORTIZACION DE DEUDAS

1. PROGRAMA DE CUOTAS DECRECIENTES

- Conocido como “plan de amortizaciones constantes”.
- El prestatario debe amortizar la deuda en partes iguales y a intervalos regulares de tiempo.
- En la amortización se pagan los intereses “al rebatir”, es decir sobre el saldo pendiente.
- La cuota del préstamo (amortización más intereses) es mayor al inicio pero va disminuyendo en la medida que el saldo pendiente es cada vez menor.

CASO PRACTICO

Una empresa consigue un préstamo de una entidad bancaria por 10 millones de nuevos soles pagaderos trimestralmente durante 2 años, la tasa de interés que le cobra el banco es 36% anual más 3% de gastos administrativos. Elabore el programa de amortización con cuotas decrecientes, constantes y crecientes.

Trimest.	Deuda	Amortiz.	Intereses	Saldo	Cuota
1	10'000	1'250	975,	8'750	2'225
2	8'750	1'250	853,	7'500	2'103
3	7'500	1'250	731,	6'250	1'981
4	6'250	1'250	609,	5'000	1'859
5	5'000	1'250	488,	3'750	1'738
6	3'750	1'250	366,	2'500	1'616
7	2'500	1'250	244,	1'250	1'494
8	1'250	1'250	122,	00	1'374
		10'000	4'388		14'388

© Jorge L. Pastor Paredes

35

2. PROGRAMA DE CUOTAS CONSTANTES

- A través de este programa varían tanto las amortizaciones como los intereses.
- Las amortizaciones son crecientes mientras que los intereses son decrecientes.
- La cuota a pagar en cada trimestre es constante y constituye una anualidad o renta.
- La cuota se puede calcular a partir del Factor de Recuperación de Capital (FRC).

© Jorge L. Pastor Paredes

36

Programa de Cuotas Constantes

Trimest.	Deuda	Amortiz.	Intereses	Saldo	Cuota
1	10'000	882	975,	9'118	1'857
2	9'118	968	889,	8'150	1'857
3	8'150	1'062	795,	7'088	1'857
4	7'088	1'166	691,	5'922	1'857
5	5'922	1'280	577,	4'642	1'857
6	4'642	1'404	453,	3'238	1'857
7	3'238	1'541	316,	1'697	1'857
8	1'697	1'692	165,	5	1'857
		10'000	4'861		14'861

$$FRC = \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{0.0975(1.0975)^8}{(1.0975)^8 - 1} = 0.1857 \times 10'000,000 = 1'857,000$$

3. PROGRAMA DE CUOTAS CRECIENTES

Trimest.	Deuda	Proporc.	Amortiz.	Intereses	Saldo	Cuota
1	10'000	1/36	278	975,	9'722	1'253
2	9'722	2/36	556	948,	9'166	1'504
3	9'166	3/36	833	894,	8,333	1'727
4	8'333	4/36	1'111	812,	7'222	1'923
5	7'222	5/36	1'389	704,	5'833	2'093
6	5'833	6/36	1'667	568,	4'166	2'235
7	4,166	7/36	1'944	406,	2'222	2'350
8	2'222	8/36	2'222	216,		2'438
36		1	10'000	5'523		15'523